

	PROCEDIMIENTO DE COORDINACIÓN DE ENSEÑANZAS DE LA FACULTAD DE CIENCIAS DE LA UEX (PCOE)		 Facultad de Ciencias
	<b>Asunto:</b> Plan Docente Asignatura Teoría de Números	<b>Código:</b> PCOE_D002_MAT <b>Fecha:</b> 14/07/2013	

## PLAN DOCENTE DE LA ASIGNATURA

**Curso académico: 2013-14**

Identificación y características de la asignatura			
Denominación	Teoría de Números	Créditos ECTS	6
Titulación/es	Matemáticas		
Centro	Facultad de Ciencias		
Semestre	Segundo	Carácter	Optativo
Módulo	Optativo		
Materia	Matemáticas		
Profesor/es			
Nombre	Despacho	Correo-e	Página web
Pedro José Sancho de Salas	C37	sancho@unex.es	<a href="http://matematicas.unex.es/~sancho/">http://matematicas.unex.es/~sancho/</a>
Área de conocimiento	Álgebra		
Departamento	Matemáticas		
Profesor coordinador			

	<b>PROCEDIMIENTO DE COORDINACIÓN DE ENSEÑANZAS DE LA FACULTAD DE CIENCIAS DE LA UEX (PCOE)</b>		 <b>Facultad de Ciencias</b>
	<b>Asunto:</b> Plan Docente Asignatura Teoría de Números	<b>Código:</b> PCOE_D002_MAT <b>Fecha:</b> 14/07/2013	

<b>Competencias</b>
CT4: Capacitar para el aprendizaje autónomo de nuevos conocimientos y técnicas, y para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía.
CE8: Poseer y comprender conocimientos de Matemáticas que partan de la base de la educación secundaria general y se encuentren a un nivel que, si bien se apoye en libros de texto avanzados, incluya también algunos aspectos que impliquen conocimientos procedentes de la vanguardia de las Matemáticas.
CE9: Saber aplicar los conocimientos adquiridos a su trabajo o vocación de forma profesional y poseer las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro del área de las Matemáticas.
CE10: Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad para enunciar proposiciones en distintos campos de la Matemática, para construir demostraciones y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos.
CE11: Conocer demostraciones de algunos teoremas fundamentales en distintas áreas de la Matemática.
CE12: Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
CE13: Saber abstraer las propiedades estructurales (de objetos matemáticos, de la realidad observada y de otros ámbitos) distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales y poder comprobarlas con demostraciones o refutarlas con contraejemplos, así como identificar errores en razonamientos incorrectos.
CE14: Resolver problemas y ejercicios relacionados con los conceptos básicos de las Matemáticas.
CE15: Leer y comprender textos matemáticos, tanto en español como en otros idiomas de relevancia en el ámbito científico, especialmente en inglés.
CE17: Utilizar herramientas de búsqueda de recursos bibliográficos en Matemáticas.
CE18: Comunicar, de forma oral y escrita, conocimientos, procedimientos, resultados e ideas matemáticas.

	PROCEDIMIENTO DE COORDINACIÓN DE ENSEÑANZAS DE LA FACULTAD DE CIENCIAS DE LA UEX (PCOE)		 Facultad de Ciencias
	<b>Asunto:</b> Plan Docente Asignatura Teoría de Números	<b>Código:</b> PCOE_D002_MAT <b>Fecha:</b> 14/07/2013	

## Temas y contenidos

### Breve descripción del contenido

La Teoría de Números, "the Queen of Mathematics", es la rama de las Matemáticas más antigua y que modernamente usa conceptos y herramientas de las más diversas ramas de las Matemáticas, como el Álgebra, la Geometría, el Análisis, la Variable Compleja, etc. La Teoría de Números es la rama de las matemáticas que estudia los números naturales y las soluciones de los sistemas de ecuaciones diofánticas (sistemas de ecuaciones con coeficientes números enteros). El estudiante conoce ya tópicos de la Teoría de Números: El teorema fundamental de la Aritmética (o teorema de factorización única), la teoría de congruencias, etc.

Para la resolución de múltiples problemas enunciados sólo en términos de números naturales y para la resolución de los sistemas de ecuaciones diofánticas, es necesario considerar los anillos de números algebraicos, que son anillos generados por las raíces de un polinomio con coeficientes enteros. Por ejemplo, en el problema de qué números primos son suma de dos cuadrados perfectos conviene considerar el anillo de enteros de Gauss  $\mathbb{Z}[i]$ . Entre estos anillos destacan los que son anillos (localmente) de ideales principales (como lo es el anillo de números enteros). Para todo ello estudiaremos la dependencia entera y la desingularización.

Para el estudio de un anillo de números algebraicos  $A$  (como para el estudio de las ecuaciones diofánticas), conviene estudiar  $A/pA$  para todo primo  $p$ , es decir, conviene hacer congruencias módulo  $p$ . Así el grupo de Galois de un polinomio  $P(x)$  con coeficientes en  $\mathbb{Z}$  (o con coeficientes en un anillo de números algebraicos  $A$ ), queda determinado por el grupo de Galois de las reducciones de  $P(x)$  módulo  $p$  (variando los primos  $p$ ), que es el grupo de Galois de un cuerpo finito, que es un grupo cíclico elemental generado por el automorfismo de Frobenius. Obtendremos múltiples aplicaciones de este hecho, entre ellas el cálculo del grupo de Galois de diversos polinomios, la Ley de reciprocidad cuadrática de Gauss, etc.

Para el estudio de un anillo de números algebraico  $A$  (y la clasificación de estos anillos) se introducen el discriminante de  $A$ , el grupo  $\text{Pic}(A)$  y el grupo de las unidades de  $A$ . El teorema de Hermite afirma que sólo existe un número finito de cuerpos de números de discriminante fijo dado. El grupo de los ideales de  $A$  módulo isomorfismos,  $\text{Pic}A$ , es un grupo finito. Como consecuencia se obtiene que existe una extensión finita de  $A$ ,  $B$ , tal que todo ideal de  $A$  extendido a  $B$  es principal. Probamos que el grupo de los invertibles de  $A$ , que son los elementos de norma  $\pm 1$ , es un grupo finito generado de rango  $r+s-1$  y torsión el grupo de las raíces de la unidad que están en  $A$ .

Por último introducimos la función zeta de Riemann, que es de gran importancia en la Teoría de números en el cálculo de la distribución de los números primos. Aplicamos la función zeta de Riemann para determinar cuándo dos extensiones de Galois son isomorfas y para demostrar que un sistema de ecuaciones diofánticas tiene soluciones complejas si y sólo módulo  $p$  admite soluciones enteras, para infinitos  $p$ .

	PROCEDIMIENTO DE COORDINACIÓN DE ENSEÑANZAS DE LA FACULTAD DE CIENCIAS DE LA UEx (PCOE)		 Facultad de Ciencias
	<b>Asunto:</b> Plan Docente Asignatura Teoría de Números	<b>Código:</b> PCOE_D002_MAT <b>Fecha:</b> 14/07/2013	

<b>Temario de la asignatura</b>
<p><b>1. Anillos de enteros y anillos de curvas algebraicas</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>1.1 Introducción de notaciones</li> <li>1.2 Curvas y anillos de enteros</li> <li>1.3 Anillos de Dedekind</li> <li>1.4 Repaso de la teoría de Galois</li> <li>1.5 Finitud del morfismo de desingularización</li> <li>1.6 Ramificación. Automorfismo de Frobenius</li> </ul>
<p><b>2. Anillos de valoración discreta</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>2.1 Anillos de valoración y cierre entero <ul style="list-style-type: none"> <li>2.1.1 Variedad de Riemann</li> </ul> </li> <li>2.2 Valores absolutos arquimedianos</li> <li>2.3 Valores absolutos no arquimedianos y valoraciones</li> <li>2.4 Producto de los valores absolutos de una función</li> </ul>
<p><b>3. Teoremas fundamentales de la Teoría de Números</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>3.1 Divisores afines</li> <li>3.2 Divisores completos</li> <li>3.3 Volumen de un paralelepípedo. Discriminante</li> <li>3.4 Teorema de Riemann-Roch débil</li> <li>3.5 Finitud de la clase de ideales</li> <li>3.6 Invertibles de un anillo de enteros</li> <li>3.7 Número de ideales de norma acotada</li> <li>3.8 La función zeta. Aplicaciones</li> </ul>

	PROCEDIMIENTO DE COORDINACIÓN DE ENSEÑANZAS DE LA FACULTAD DE CIENCIAS DE LA UEX (PCOE)		 Facultad de Ciencias
	<b>Asunto:</b> Plan Docente Asignatura Teoría de Números	<b>Código:</b> PCOE_D002_MAT <b>Fecha:</b> 14/07/2013	

Actividades formativas					
Horas de trabajo del alumno por tema		Presencial		Actividad de seguimiento	No presencial
Tema	Total	GG	SL	TP	EP
1	50.75	17.5	1.5	0.25	19
2	38.25	13	2	0.25	15
3	58	19	4	0.75	23
<b>Evaluación</b>	3	3			31.75
<b>Total</b>	150	52.5	7.5	1.25	88.75

GG: Grupo Grande (100 estudiantes).  
 SL: Seminario/Laboratorio (prácticas clínicas hospitalarias = 7 estudiantes; prácticas laboratorio o campo = 15; prácticas sala ordenador o laboratorio de idiomas = 30, clases problemas o seminarios o casos prácticos = 40).  
 TP: Tutorías Programadas (seguimiento docente, tipo tutorías ECTS).  
 EP: Estudio personal, trabajos individuales o en grupo, y lectura de bibliografía.

	PROCEDIMIENTO DE COORDINACIÓN DE ENSEÑANZAS DE LA FACULTAD DE CIENCIAS DE LA UEx (PCOE)		 Facultad de Ciencias
	<b>Asunto:</b> Plan Docente Asignatura Teoría de Números	<b>Código:</b> PCOE_D002_MAT <b>Fecha:</b> 14/07/2013	

### Sistemas de evaluación

La evaluación de los conocimientos y capacidades adquiridos en la asignatura se basará en los siguientes criterios:

- Adquisición, comprensión y manejo de los conceptos de la asignatura.
- Conocimiento y comprensión de los principales resultados de la asignatura y sus consecuencias.
- Resolución de problemas y ejercicios.
- Se valorará fundamentalmente la precisión en los conceptos y enunciados que deban ser desarrollados o utilizados, la coherencia en los razonamientos empleados y la utilización de herramientas y métodos y adecuados para resolver los ejercicios que se propongan, así como la explicación razonada y correcta (lógica, sintáctica y ortográficamente) de los pasos empleados en su resolución.

Instrumentos de evaluación:

Podrán proponerse algunos problemas para entregar, o algunos temas sobre los que los estudiantes puedan elaborar trabajos. Podrá proponerse también una evaluación continua diaria consistente en resolver un cuestionario diariamente.

Se realizará un examen final escrito que consistirá en una prueba de desarrollo escrito con preguntas dirigidas a valorar la comprensión de conceptos teóricos y la aplicación práctica de estos conceptos a la resolución de ejercicios, o bien, una prueba objetiva de opción múltiple.

Para superar la asignatura es necesario obtener una calificación mayor o igual a 5 puntos sobre 10. La calificación final se obtendrá a partir de los instrumentos mencionados anteriormente.

	PROCEDIMIENTO DE COORDINACIÓN DE ENSEÑANZAS DE LA FACULTAD DE CIENCIAS DE LA UEx (PCOE)		 Facultad de Ciencias
	<b>Asunto:</b> Plan Docente Asignatura Teoría de Números	<b>Código:</b> PCOE_D002_MAT <b>Fecha:</b> 14/07/2013	

### Bibliografía y otros recursos

1. **ANDREWS, G.E.**  
Number theory  
Dover Año: 1994
  
2. **ANGLIN, W.S.**  
The queen of mathematics. An introduction to number theory.  
Kluwer A.P./Texts in the Math. Sc., vol. 8 Año: 1995
  
3. **BAKER, A.**  
Breve introducción a la teoría de números.  
Alianza Editorial/472 AU Ciencias Año: 1986
  
4. **BOREVICH, Z.I.; SHAFAREVICH, I.R.**  
Number theory.  
Academic Press, Inc. Año: 1966
  
5. **EVEREST; WARD**  
An introduction to number theory  
Springer-Verlag/Graduate Texts in Math., vol. 232  
Versión digital en <http://lope.unex.es>
  
6. **FROHLICH, A.; TAYLOR, M.J.**  
Algebraic number theory.  
Cambridge U.P./Cambr. Stud. Adv. Math., vol. 27 Año: 1991
  
7. **HASSE, H.**  
Number theory.  
Springer-Verlag/Grundle. Math. Wissensch., vol. 229 Año: 1969
  
8. **IRELAND, K.; ROSEN, M.**  
A classical introduction to modern number theory.  
Springer-Verlag/Graduate Texts in Math., vol. 84 Año: 1982
  
9. **LANG, S.**  
Algebraic number theory. (2 ed.)  
Springer-Verlag/Graduate Texts in Math., vol. 110 Año: 1994
  
10. **LI.W.C.**  
Number theory with applications  
World Scientific Año: 1996
  
11. **MILLER, S.J.; TAKLOO-BIGHASH, R.**  
An invitation to modern number theory  
Princeton University Press Año: 2006

	<b>PROCEDIMIENTO DE COORDINACIÓN DE ENSEÑANZAS DE LA FACULTAD DE CIENCIAS DE LA UEX (PCOE)</b>		 <b>Facultad de Ciencias</b>
	<b>Asunto:</b> Plan Docente Asignatura Teoría de Números	<b>Código:</b> PCOE_D002_MAT <b>Fecha:</b> 14/07/2013	

**12. NATHANSON, M.B.**

Elementary methods in number theory  
Springer-Verlag/Graduate Texts in Math., vol. 195      Año: 2000

**13. NEUKIRCH, J.**

Algebraic Number Theory  
Springer-Verlag Berlin Heidelberg.      Año: 1999

**14. ORE, O.**

Number theory and its history.  
McGraw-Hill Book Company, Inc.      Año: 1948

**15. PARSHIN, A.N.; SHAFAREVICH, I.R.**

Number theory I. Fundamental problems, ideas and theories.  
Springer-V./Encyclopaedia of Math. Sc., vol. 49      Año: 1995

**16. ROSE, H.E.**

A course in number theory  
Oxford University Press Inc.      Año: 2007

**17. STRAYER, J.**

Elementary number theory.  
International Thomson Publ. PWS Publ.CO      Año: 1994

**18. TATTERSALL, J.J.**

Elementary number theory in nine chapters  
Cambridge University Press      Año: 1999

**19. WEIL, A.**

Number theory for beginners.  
Springer-Verlag      Año: 1979

**20. WEIL, A.**

Basic number theory.  
Springer-Verlag/Grundl. Math. Wissensch., vol. 144      Año: 1974

	<b>PROCEDIMIENTO DE COORDINACIÓN DE ENSEÑANZAS DE LA FACULTAD DE CIENCIAS DE LA UEx (PCOE)</b>		 <b>Facultad de Ciencias</b>
	<b>Asunto:</b> Plan Docente Asignatura Teoría de Números	<b>Código:</b> PCOE_D002_MAT <b>Fecha:</b> 14/07/2013	

<b>Horario de tutorías</b>		
Martes	12:00-14:00	Despacho: C37
Miércoles	12:00-14:00	Despacho: C37
Jueves	12:00-14:00	Despacho: C37

<b>Recomendaciones</b>
<p>Aconsejamos al alumno un repaso de las asignaturas del Grado de Matemáticas previas, Álgebra I y Álgebra II.</p>